### 研究紀要

# 老年人居住安排的動態: Markov模型的設計與估計

陳寬政 林子瑜 張雅君

陳寬政 長庚大學醫管系教授,林子瑜 美國明尼蘇達大學健康政策與管理博士班研究 生,張雅君台北醫學大學北醫雙和醫院成本分析組職員。

收稿日期:2011/2/22,接受刊登:2011/11/10。

## 中文摘要

本文使用1986-2005年間,行政院主計處與內政部共十次老人生活狀況調查資料,就歷次老人居住狀態分布的關連建立馬可夫模型,估計前後期居住狀態間的移轉參數。老年人除了與子女同居之外,僅與配偶同居、獨居、居住於養護機構等皆是可能的選擇,到目前爲止各項調查卻顯示與子女同居仍爲臺灣老年人的主要居住型態,雖然歷年來與子女同居的比例顯有下降,代之而起的卻不是老年獨居的生活型態,而是老年人僅與配偶同居的生活型態。文獻指出,日本與臺灣老年人的居住型態相當穩定,與已婚子女同居是最常見且穩定的型態,其次爲僅與配偶同居與獨居:獨居人口有相當比例從其他幾種居住型態移轉而來,主要是從僅與配偶同居移轉而來,而且後期居住型態受前期居住型態的影響很大。本文目的不在於這些移轉機率的調查與分析,而在於將橫斷面的老年人居住安排參數化,也就是建立模型說明各類居住狀態的比例分布及其變化,指出模型估計需要考量的幾個重要條件,提出參數估計及參數設限的方法與結論。

我們的估計程序顯示,在適當週邊條件的控制下,如果參數估計值落在適當的範圍 $0 \le m_{ij} \le 1$ 內,馬可夫模型中不同等式對應參數累加爲1的設限並非必要,自然累加爲1;但是由於初步結果指出某些特定參數需要調整數值,則不同等式對應參數累加爲1的條件就成爲參數調整時的重要考量。調整參數當然就偏離最小平方法的結果,但是我們所設立的計算程序不但取得收斂結果,而且其差方和並不顯著不同於最小平方法所產生的差方和。參數估計的結果顯示,「與子女同居」表現爲最穩定的居住狀態,其次爲「僅與配偶同居」,「獨居」與「其他」居住狀態則穩定度較差;由於「其他」居住狀態包含高比例的養護機構老年人

口,一般而言健康狀況較差,產生偏高的死亡率。與子女同居不但是最 穩定的居住狀態,也是移出所有其他居住狀態者的主要流向,仍然是老 年人的首要歸宿,晚年生活的可靠依據。

關鍵詞:老人居住安排、馬可夫模型、移轉機率、參數設限

# Markov Model and the Dynamics of Elderly Living Arrangement in Taiwan

#### **Kuanjeng CHEN**

Dept. Healthcare Management, Chang Gung University

#### Tzuvu LIN

Division of Health Policy and Management, School of Public Heath,

University of Minnesota-Twin Cities

#### Ya-chun CHANG

Taipei Medical University Shuang-ho Hospital

#### **Abstract**

While the elderly may choose to live with children, with spouse only, live alone, or with others, it appears that the elderly in Taiwan predominantly live with the children and the spouse, reflecting the traditional family values. Based on longitudinal surveys, past researches in Taiwan and the East Asian countries indicate that living with children constitutes the most stable living arrangement at old age, with some transfers in between the different states in living arrangement. This paper parameterizes a series of the observed cross-sectional distributions of the elderly living in different states, estimates a Markov model to reveal a stable structure of flows underneath the observed distributions.

We employed parameter restrictions  $0 \le m_{ij} \le 1$  and  $\Sigma_i m_{ij} = 1$  to confine the parameters in estimating the transition matrix. Living with children is found the most favored and stable way of life at old age, followed by living

205

with spouse only. Living alone is considered transitional in between living

with spouse only and the other states. Living with others, mostly composed

of elderly living in the institutions, is also transitional probably resulting from

degradation in health. The high mortality rate implied by living with others

compared to the other states suggested that elderly living arrangement is

related to health, with death being the final state.

Keywords: elderly living arrangement, markov model, transition matrix,

parameter restriction

### 一、前言

臺灣於1993年年底老年人口占總人口比例達7.1%,符合聯合國世界 衛生組織所訂定之高齡化社會指標,至2006年老年人口占總人口比例已 達10%(內政部 2006)。根據經建會的人口推計結果顯示,至2051年時 65歲以上老年人口比例將增加至37% (經建會 2006),人口結構的快 速老化已是不可避免。由於生育率及死亡率的下降帶來人口結構改變, 而人口老化同時伴隨著計會變遷及家庭結構的改變,老年人口的照顧與 安養需求將發展爲重大的計會問題。在臺灣,家庭是老年人養老的主要 依據,根據內政部(2006)的老人狀況調查報告指出,與子女同居一直 是老年人最主要的居住型態,有超過六成的老年人目前與子女同居,也 是老年人心目中最理想的居住方式。然而老年人與子女同居是一個相當 複雜的過程,隨著年齡增長,老年人與子女同居的機率呈現拋物線形狀 (林子瑜 2006) ,可知老年人的居住型熊並非完全如理想中固定與子 女同居,實際情形可能是在各種居住型熊間移轉。首先,父母進入老年 生活後,隨著子女成年離家使得同住的子女數逐漸減少,直至子女皆離 家而脫離與子女同居的型態;在此之後有配偶的人可以選擇僅與配偶同 居,若是無配偶者或許獨居;而隨著年齡增長僅與配偶同居者而臨配偶 死亡可能成為獨居,也可能轉為與子女同居;獨居的老年人隨著年齡增 加,健康情形逐漸惡化,開始需要大量的照顧,居住型熊則有可能轉變 為與子女同居;若家人無力提供照顧時,老年人也可能轉入養護機構接 受照護。

老年人除了與子女同居之外,僅與配偶同居、獨居、居住於養護機 構等皆是可能的選擇,雖然國內學者認為小家庭可能會逐漸成為一種普 遍的、較為偏好的家庭結構,老年人獨立居住的居住型態逐漸被接受與 採用(伊慶春 1996; 章英華 1994; 葉光輝 1997), 到目前為止各項調 香卻顯示與子女同居仍爲老年人的主要居住型態,雖然歷年來與子女同 居的比例顯有下降,代之而起的卻不是老年獨居的生活型態,而是由於 配偶死亡率降低,而興起老年人僅與配偶同居的生活型態。老年人的居 付型態若爲僅與配偶同居,兩人還可以相互扶持照應,而沒有配偶者若 不與子女同居則爲獨居人口。楊靜利(1999)指出同樣是不與子女同 居,「獨居」與「僅與配偶同居」的社會意涵卻大不相同,前者不論在 經濟或心理上,潛在較多的困難,需要較多的資源與協助。在一個針對 1990年代單人戶的研究中,薛承泰(2002)指出臺灣單人戶訊速增加, 其中65歲以上老年人爲最多,占四成左右。單人戶中以未婚人口爲主, 其次爲喪偶與離婚人口,喪偶人口比例隨著年齡層升高而增加;老年單 人戶從男性占將近70%持續下降至約50%,大致上反映大陸來台的老兵 逐漸凋零,以及女性平均餘命高於男性的現象。此一研究進一步指出, 在所有老人戶長家戶當中,老年單人戶相對其他居住類型的老人戶而言 貧窮率略低,「經濟」上不算弱勢,因而認爲獨居其實是一種能力提 升與安全無慮情況下,老年人享受私密生活的居住選擇;但是也指出, 獨居的老年人即使沒有經濟上的疑慮,生活上仍然需要社會的關注與協 助。

晚近一些使用追蹤調查資料的研究利用多年期的調查結果觀察居 付型態的變動,將老年生活因各種因素而移轉居付型態的情形描述更 爲清晰。在相鄰且文化相近的國家中, Brown et al. (2002)針對日本 1987-1990、1990-1993、1993-1996十年間三波資料的分析指出,在這十 年期間老年人的居住型態相當穩定,僅11%的老年人改變居住型態,居 住型態移轉的可能性比死亡率還低。與已婚子女同居是最常見且穩定 的型態,其次爲與未婚子女同居、僅與配偶同居與獨居,雖然獨居的人 口比例很少但上升快速,有27%的獨居者是從其他幾種居住型態移轉而來,主要是從僅與配偶同居移轉而來,而且後期居住型態受前期居住型態的影響很大,已明確指出居住型態之改變可以使用Markov模型予以說明。Zimmer(2005)分析1998年針對80至105歲的中國老年人調查資料,比對之後2000年的追蹤調查資料,探討中國80歲以上「老老人」的健康狀況與居住遷徙,發現超過六成的老老人在兩年後維持原本的居住型態,卻仍有高達四分之一的老老人居住型態發生變動。他發現與子女同居是最穩定的居住狀態,在與子女同居的老老人中,有85%的人兩次調查期間維持原狀:與他人同居則是最不穩定的居住狀態,僅有37%的老老人維持原狀,顯示與他人同居是一個過渡的居住安排,而獨居、僅與配偶或與其他人同居者若居住型態發生變遷時也以轉爲與子女同居爲主,約占三分之二。他也指出,健康狀況較差的老老人多與子女同居,或從其他居住狀態轉入與子女同居,顯示與子女同居是爲了接受照顧而有的選擇。

在臺灣的相關研究中,陳肇男(1999)分析國健局的老人健康與生活狀況長期追蹤調查資料,比較1989與1993年的兩次調查結果,發現居住型態的慣性很高,四年間只有18.6%的老年人改變居住型態,但是他認為東方社會與子孫同住為理想的基礎下,這仍然是很高的變動比率;他又發現與子女同居為最穩定的居住型態,與他人同居則慣性最低(38.5%),而獨居或僅與配偶同居者有所變動時,多轉往與子女同居;在改變居住型態的老年人中,與家庭或配偶同居是最常見的終點,因為這是最能夠受到照護的選擇。Hermalin et al. (2005)使用同一個追蹤調查資料,解析1989-1993、1993-1996、1996-1999、1999-2003共五次調查間的四次移轉,指出14年間,老年人與已婚或未婚子女同居的穩定度較諸其他居住型態高出許多,雖然改變居住型態為老化過程中經常

發生的現象。針對印尼、新加坡與臺灣的老年人居住安排,Frankenberg et al. (2002) 分析老年人與子女同住的影響因素,發現老年人多數與子 女同居,目在三到四年期間仍維持同居,而且三個國家老年人居住型 態的移轉趨勢大致相同;其中臺灣於1996-1999年間,有84%原本與子 女同居者繼續維持同居,存在很高的慣性,不過整體而言仍有不少比 例的老年人改變居住型態,轉入與子女同居的比例(22%)卻高於轉出 (16%)。綜合而言,東方國家的老年人多與子女同居,維持很高的慣 性,但是對於與子女同居爲主流的這些國家來說,11-25%的變動算是相 當高的比例, 值得關心與探討。

本文目的不在於這些移轉機率的調查與分析,而在於將橫斷面的老 年人居住安排參數化,也就是建立模型說明各類居住狀態的比例分布及 其變化;就像建立一個重力模型說明星球的相對位置與變化般,我們引 用Markov模型說明各類居住狀態的相對比重與變化。Markov模型適用 於橫斷面之考查,基於其高穩定性與前後期間的強烈關連,說明前後幾 個不同橫斷面間的連繫 (Bishop et al. 1977: 257-279) ,尋求估算移轉機 率,等於是利用一個歷經多次考查的方形交錯表(cross tabulation)之週 邊次數(marginal frequencies),用以估算交錯表內的穩定關係結構。 其實長期追蹤調查的資料分析也需要建立模型來估計參數,每n次調查 間可以計算n-1個移轉矩陣,無論是計算n次調查間的平均移轉機率,或 是綜合多次調查計算一組「最好」的移轉機率,都是最小平方法的運用 (陳寬政、楊靜利 2008),與本文所引入檢討的模型設計與估計並無不 同。但是長期追蹤調查較爲困難而昂貴,易於滋生人爲操縱而致資料不 容易取得,相較而言橫斷面資料分析較爲簡便易行。進一步而言,長期 追蹤調查針對特定年輪(cohorts)追蹤其居住狀態的變化,是否能說明 橫斷面的居住狀態分布與改變並非毫無疑義,所以本文使用橫斷面調查 資料爲模型分析的基礎。

雖然Andrey Markov於1906年以俄文首次發表其理論距今已有一百 年光陰,鑑於國內社會學者對此一模型之設立與估計程序仍然相當生 疏,而此一模型正好可以說明老年人居住安排的結構與變化,乃引用 來討論自1986年以來的老年人居住安排之變化。此地需先說明,我們 並不反對針對這些移轉機率從事長期追蹤調查,調查資料可用來查核 模型估算的結果,與設立模型估計參數的用意卻正好相反;我們設立模 型以估計參數有其自有的學術旨趣,其中最重要的就是「說明」所觀察 到的居住狀態分布。無論是橫斷面或長期追蹤調查,都有資料疏漏的可 能,則學術研究顯然不能只是單純依賴資料,模型建立及其說明可能是 更重要的工作項目。以下由於使用矩陣來陳列各類居住狀態間的移轉機 率,以及移轉矩陣的設計與估計,本文使用文獻慣常使用的符號設計 來區別矩陣與一般代數項目。本文使用大寫粗體英文字母表示 r 個橫列 與c 個縱行的矩陣,使用小寫粗體英文字母加底線表示r 個權列1 個縱 行的矩陣(有時被稱爲向量);逆矩陣則以乘冪 -1 來表示,例如 A 矩 陣如果可以有逆矩陣(invertible),則表示為  $A^{-1}$  目  $AA^{-1}=I$ ,而 I 矩陣 的作用就如代數中的 1,  $aa^{-1}=a(1/a)=1$ 。此地值得提醒,並不是任何數 值都能計算倒數 1/a,例如 a=0 時, $a^{-1}$  就沒有定義;同樣地,並不是 任何 A 矩陣都能有逆矩陣  $A^{-1}$ 。另外,不同於代數運算,矩陣可以橫擺 (transpose),表示不同的意思;本文使用矩陣符號右上角加一撇來表 示矩陣橫擺,例如  $A \lesssim r$  個橫列 c 個縱行的矩陣,則  $A' \lesssim c$  個橫列 r 個 縱行的矩陣。矩陣的四則運算規則可見於一般高中數學或大一線性代數 教科書,讀者可自行查閱複習,此地不再贅言。

## 二、資料與模型設立

所謂Markov Model,指的是隨機分布的個體現期狀態只依賴上一期 狀態,而不依賴更早期的狀態;如果每一期狀態都只依賴上一期狀態, 而以矩陣表示個體在前後兩期間,從狀態 j(=1,2,...,k) 移入狀態 i(=1,2,....k) 的機率,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1k} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2k} \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & \\ & & \\ & & & \\ & &$$

則個體於當期 (t) 的分布  $p_i$  爲上期 (t-1) 分布  $p_i$  的函數

$$\underline{p}_{t} = \begin{pmatrix} p_{1t} \\ p_{2t} \\ \vdots \\ p_{kt} \end{pmatrix} = M \underline{p}_{t-1} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1k} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2k} \\ \vdots \\ m_{k1} & m_{k2} & \dots & m_{kk} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_{1t-1} \\ p_{2t-1} \\ \vdots \\ p_{kt-1} \end{pmatrix}$$

如果這些移轉機率  $m_{ii}$  不因時期而改變, $p_t = Mp_{t-1} = M^2p_{t-2} = \cdots$  $=M^rp_{t-r}$ ; 由於  $m_{ii}$ 將  $p_{it-1}$  分配給  $p_{it}$ ,爲完整分配必須有 $\Sigma_i m_{ij}=1$  的限制 條件,而 $\Sigma_i m_{ii}$ 不必爲 1;同時, $\Sigma_i p_{it} = \Sigma_i p_{it-1} = 1$ 。這些條件保証當 r 很大 時, $M'=M'^{+1}$ ,也就是

$$\lim M^r = Q$$

爲不變的矩陣,則 $p_t$ 也趨向於不變,因爲 $p_{t+r+2} = p_{t+r+1} = Qp_{t+r}$ 。

內政部的老人生活狀況調查係行政院主計處於1986年開辦,其後於1987、1988、1989、1991與1993年各辦理一次,1996年轉由衛生署主辦一次,2000年以後改由內政部主辦,迄今已完成2000、2002、2005與2010年的調查。此項調查收集老年人的居住狀況、社會參與、健康狀況與生活期望等資料,公元2000年以前採分層分區隨機抽樣(stratified cluster sampling)派員到址訪查,以後則因社會丕變改採等比例抽樣(proportional to population size),實施電話訪問。表1陳列1986-2005年歷次老人狀況調查之老人居住狀態分布,與歷次調查完訪老人數量,指出歷年來臺灣老年人維持與配偶子女同居的家庭生活狀態,並無顯著改變。在計算各類居住狀態的分布時,除2000與2002年樣本未提供抽樣比外,各年調查資料均使用抽樣比來加權,以正確代表母體的居住狀態分布。我們的目的是連結當期與前一期的居住安排,估計那不變的移轉機率矩陣(transition matrix)*M*。

#### 表1 臺灣老年人居住狀態分布,1986-2005\*

單位:比例,人

老年人居住狀態						
調查年期	獨居	僅與配偶同居	與子女同居	其他	完訪人數	
1986	0.1158	0.1401	0.7024	0.0417	4,763	
1987	0.1149	0.1342	0.7097	0.0412	5,010	
1988	0.1373	0.1499	0.6788	0.0340	5,045	
1989	0.1290	0.1817	0.6565	0.0328	5,120	
1991	0.1452	0.1870	0.6293	0.0385	5,406	
1993	0.1047	0.1863	0.6717	0.0373	6,564	
1996	0.1200	0.2072	0.6447	0.0281	7,554	
2000	0.0921	0.1510	0.6764	0.0805	2,735	
2002	0.0859	0.1936	0.6337	0.0868	2,211	
2005	0.1367	0.2225	0.6107	0.0301	2,726	

<sup>\*</sup>其他項包括居住養護機構、與其他親友同居、或居住寺廟等。

我們先設定 i,j=1 表示獨居,2表示僅與配偶同居,3表示與子女同 居,4表示其他居住狀態,進一步假定這四個狀態互斥而且完整,也就 是個體不可能同時居住於兩種狀態,例如與配偶及子女同居者歸類爲與 子女同居,不歸類爲僅與配偶同居,而且上列四個狀態已經包含所有可 能,暫不考慮死亡或國際遷徙,則每個老年人都需於四種居住狀態中擇 一而居。將各年資料串在一起得

$$p_{it} = \sum_{j=1}^{4} m_{ij} p_{jt-1} + e_{it}$$

可以普通最小平方法(Ordinary Least Squares)求解;由於i有四個狀 態,等於是說這個線性模型分四組爲之

$$\begin{split} P_t &= \left( \underline{p}_{1t} \quad \underline{p}_{2t} \quad \underline{p}_{3t} \quad \underline{p}_{4t} \right) = P_{t-1} M' + E \\ &= \left( \underline{p}_{1t-1} \quad \underline{p}_{2t-1} \quad \underline{p}_{3t-1} \quad \underline{p}_{4t-1} \right) \begin{pmatrix} m_{11} & m_{21} & m_{31} & m_{41} \\ m_{12} & m_{22} & m_{32} & m_{42} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} & m_{43} \\ m_{14} & m_{24} & m_{34} & m_{44} \end{pmatrix} + \left( \underline{e}_{1t} \quad \underline{e}_{2t} \quad \underline{e}_{3t} \quad \underline{e}_{4t} \right) \,, \end{split}$$

則 $M'=(P_{t,l}'P_{t,l})^{-1}P'_{t,l}P_{t}$ 如表2。

所謂最小平方法,指的是當 y=Xb+e 表示有 n 個等式要估計 k 個參 數時,如果 n=k 就正好有一組解,如果 n>k 則有多組解,如果 n< k 則 無法取得完整的一組解。最小平方法適用於 n > k 的條件,等於是說我 們要從多次觀察來取得「可靠」的結論,多組解中找到「最好」的一組 解;而所謂「最好」,就是差方和最小,預期值(predicted v)與觀察 值(observed y)最接近的意思。任何不同於最小平方法的其他估計方法 都產生更大的差方和,也就是 y 的預期值與觀察值距離較遠,較不準確 的意思,例如最大可能法(maximum likelihood estimation)。但是最大

				$R^2=0.9934$	$s^2 = 0.01374$	
前期		目前居住狀態(i)				
居住狀態(j)	獨居	僅與配偶同居	與子女同居	其他	合計	
獨居	0.1156	0.3324	0.7112	-0.1592	1.0000	
僅與配偶同居	0.0330	0.5353	0.2964	0.1352	1.0000	
與子女同居	0.1479	0.0037	0.7937	0.0547	1.0000	
其他	0.0153	1.0078	-0.1189	0.0958	1.0000	

表2 前後期間的居住狀態移轉,1986-2005

可能法之普遍使用,重點在於抽樣分配(sampling distribution);如果抽樣分配爲常態分配,則最大可能法的計算結果等於最小平方法(Cramer 1986; Eliason 1993),而顯然我們沒有理由相信抽樣分配爲常態分配以外的任何其他分配。本文使用最小平方法來估計移轉矩陣,一則是從Markov Model直接引申而來,再則本文目的在估計參數建立模型,而不在驗證統計「假設」,雖然沒有特意規避,卻未涉及抽樣分配的「假定」,不擬討論「其他」方法。

此地進一步說明使用Markov模型估計移轉矩陣時的一些考量,首先 我們注意到即使  $\Sigma_i m_{ij} = 1$  的限制條件沒有特意加入計算過程,分四組計 算的  $m_{ii}$  仍然滿足此一條件:即使特意加入限制條件,由於

$$\begin{split} p_{4t} &= 1 - \sum_{i=1}^{3} p_{it} = 1 - \sum_{i=1}^{3} [\sum_{j=1}^{4} m_{ij} p_{jt-1} + e_{it}] = 1 - \sum_{j=1}^{4} p_{jt-1} \sum_{i=1}^{3} m_{ij} - \sum_{i=1}^{3} e_{it} \\ &= 1 - \sum_{j=1}^{4} p_{jt-1} (1 - m_{4j}) - \sum_{i=1}^{3} e_{it} = \sum_{j=1}^{4} m_{4j} p_{jt-1} + e_{4t} \end{split} ,$$

與不加入限制條件的結果並無差別。實際計算上,由於分組適用最小平方法,各組計算互相獨立,則不計算第四組參數時,前面三組計算結果等於表2目前「獨居」、「僅與配偶同居」及「與子女同居」三欄的數據,合計後用1去減即爲「其他」欄的數據。換句話說,分四組或三組計算移轉機率,結果完全相同;表面上互相獨立的計算,卻因  $\Sigma_i m_{ij}=1$  的條件而鎖在一起。同時,本文Markov模型所能說明的數據是各類居住

狀態的比例分布,表面上必須設法限制模型,使 $p_{it}$ 的預期值合理分布在  $0 \le p_{it} \le 1$  的範圍內,我們的計算程序卻可不必加入任何限制條件,確 保預期値規範在合理範圍以內。在  $p_{ii} = \sum_{j=1}^{4} m_{ij} p_{ji-1} + e_{ii}$  的等式中代入  $\sum_{i=1}^{4} p_{it-1} = 1$  的條件,令

$$p_{it} = \sum_{j=1}^{3} m_{ij} p_{jt-1} + m_{i4} (1 - \sum_{j=1}^{3} p_{jt-1}) + e_{it} = m_{i4} + \sum_{j=1}^{3} (m_{ij} - m_{i4}) p_{jt-1} + e_{it}$$

則前期居住狀態之一的比例為 1 所取代後,其參數成為線性模型的截 距,而其餘參數轉換爲各自數值與截距的差數,對於移轉機率  $m_{ii}$  之估 計完全沒有影響。

另外我們也注意到,表2 $m_{ii}$ 估計值有脫出 $0 \le m_{ii} \le 1$ 範圍的現象, 需要進一步處理。仔細檢討表2參數數據,並比對表1原始調查數據,我 們發現問題並不單純是需要限制參數估計的節圍而已;表2顯示有問題 的參數集中在第四類「其他」居住狀態,而表1數據則顯示此類居住狀 態於2000年與2002年有比例突然增加的現象,由於這些居住狀態比例值 必須每年加總爲1,「獨居」與「僅與配偶同居」兩類居住狀態的比例 乃因之而有突然下陷,可能原始調查數據就有問題。進一步連繫負責此 項調查的機構,發現2000與2002年的調查係同一單位負責,不同於其他 各年調查的負責單位,而上述數據突起則暗示定義或程序有所不同,雖 然調查負責人也說不出個所以然來。我們原本希望瞭解抽樣設計,就抽 樣比來修補資料,但是不幸地負責調查的單位堅持這兩次調查都是PPS 設計,未有提供抽樣比的資訊,雖然其餘歷次調查資料均附載抽樣比 資料,以便擴大爲母體居住狀態分布使用。除了這兩次調查的特定問 題外,表1的調查時距並不相等,則所謂「t-1」因調查年期不同而意義 不同,也需要進一步處理,以下討論模型與資料的修訂。特別注意在我 們進一步修改資料與模型設定以前,表2估計結果與資料吻合度已高達  $R^2$ =0.9934,而  $s^2$ =0.01374,顯示這是一個「穩定」的關係結構。

## 三、模型與資料修訂

我們先處理「其他」類居住狀態比例突然增加的問題,假定這是調 查時定義與程序不同所造成的結果;為使2000與2002年的數據與其他年 次的調查數據能互相銜接,設定以1996與2005年兩次調查數據爲準,使 用線性內插調整2000與2002年的數據,則表1「其他」居住狀態的比例 於2000與2002年應分別為0.0290與0.0294。進一步將原調查結果多出來 的數值按比例分配到「獨居」與「僅與配偶同居」兩類居住狀態,使 「獨居」的比例於2000與2002年分別增為0.1116與0.1035,「僅與配偶 同居」的比例則分別增為0.1830與0.2333,同時維持每年各類居住狀態 比例加總爲1的條件。接下來同樣使用線性內插的程序,我們將表1十次 調查間的年次資料補齊,取得前後共廿年的四類居住狀態比例,維持每 年比例加總爲1,代入最小平方法估計移轉機率如表3,已經接近我們有 所預期的結果。首先值得指出,與「子女同居」及「僅與配偶同居」的 家庭生活仍然是臺灣老年人的主要生活安排,表1顯示歷年來超過80% 的老年人選擇家庭生活,而至2005年爲止仍有60%以上的老年人與子 女同居。表3進一步顯示,家庭生活是最穩定的生活安排,「與子女同 居」及「僅與配偶同居」的老年人中,前後期間各有88%與81%停留在 同一居住狀態,而最不穩定的居住狀態則爲「獨居」,顯得是老年生活 的過渡狀態。

但是表3仍有移轉機率估計值超出  $0 \le m_{ij} \le 1$  範圍的問題,發生在從「其他」居住狀態轉入「僅與配偶同居」,以及從「與子女同居」轉入「其他」居住狀態,我們認爲這兩種移轉都是不太可能發生,機率極小

				$R^{-}=0.998$	$5 \cdot s = 0.00702$	
前期		目前居住狀態(i)				
居住狀態(j)	獨居	僅與配偶同居	與子女同居	其他	合計	
獨居	0.6526	0.0395	0.2178	0.0900	1.0000	
僅與配偶同居	0.0526	0.8068	0.1308	0.0098	1.0000	
與子女同居	0.0361	0.0978	0.8750	-0.0089	1.0000	
其他	0.2656	-0.8475	0.8057	0.7761	1.0000	

表3 資料修整後的前後期間居住狀態移轉,1986-2005

的移轉,卻不能是負值機率的移轉。同時,我們瞭解表3目前居住狀態 也有不夠窮盡的問題; 兩個時期間, 老年人從某種居住狀態移出, 除了 移入其他各類居住狀態外,即使國際遷徙不影響模型設定與估計,死亡 卻是老年人的重要「歸宿」,必須納入考量。雖然歷次老人狀況調查是 横斷面的調查,只有存活的老年人才接受調查,不是同一群老年人的長 期追蹤調查,而無死亡的記錄,並不表示我們的模型設立與估計就無 法處理此一問題。質言之,Markov模型的設立是爲了從  $p_{it}$  與  $p_{it-1}$  的連 繫,尋求估算移轉機率 m<sub>ii</sub>,等於是利用一個多次考查的方形或矩形交錯 表的週邊次數,用以估算交錯表內穩定的關係結構,也就是一個固定交 錯表的小格或方塊(cells)機率;則若我們知道調查期間的對應人口死 亡率,且若調查對象能代表對應的人口,只要把死亡率加入爲週邊條件 就解決問題了。

我們使用臺灣的人口統計資料計算1986至2005年間,65歲以上人口 的每年死亡率列入爲第五類「居住」狀態,同時爲了維持比例加總爲1 的條件,使用這死亡率來調整當期(目前)居住狀態的比例,數據上等 於讓當期調查人口產生死亡的記錄。經過死亡率處理後,當期與前期 居住狀態的比例不再是同一組數列,只有年期落差而已,實際上已經 是完全不同的兩組數列,而且當期有五類居住狀態,增列死亡爲其中 一類「居住」狀態,前期居住狀態則仍然只有四類,在前期已經死亡的 人就不會進入當期來移轉居住狀態。同樣使用最小平方法來估計這新的 4x5移轉矩陣,表4陳列我們所取得的結果,除了增加死亡一欄外,表4 與表3所提供的訊息大致相同,卻指出「其他」類居住狀態可能包含許多健康狀況不佳而居住養護機構的老年人,具有較高的死亡率。此地值得說明,表3爲線性內插提高資料一致性以後取得的參數估計,表4爲修改資料並加入死亡率以後的參數估計,相較於表2而言,資料吻合度R²雖有增加,卻無大幅增加的現象,顯示老年人的居住安排雖因老化而有變化,此一變化本來就具有相當的規律性,呈現一個「穩定」的關係結構。但是移轉機率跑到零與一範圍外的情況依舊,仍然是從「其他」居住狀態移入「僅與配偶同居」,以及從「與子女同居」移入「其他」居住狀態的機率出問題,如今又多了一個從「僅與配偶同居」移入「死亡」的機率脫出範圍以外。我們認爲這三種移轉的可能性都很低,都接近於零,卻於最小平方估計中以負值的形式出現,而成爲問題。

爲了解決問題,我們必須考慮參數設限(parameter restriction)的程序。事實上,由於週邊條件  $\Sigma_i p_{it} = \Sigma_j p_{jt-1} = 1$  的限制,我們的模型已自然包括了 $\Sigma_i m_{ij} = 1$  的限制條件,卻未有包含  $0 \le m_{ij} \le 1$  的限制條件,所以移轉機率之估計有可能超出範圍以外。解決的方法已經不再可能產生最小的差方和(smallest sum of squares),那是最小平方法獨有的特性,

表4 加入死亡率後的移轉機率,1986-2005

 $R^2=0.9986$ ,  $s^2=0.00653$ 

前期	目前居住狀態(i)					
居住狀態(j)	獨居	僅與配偶同居	與子女同居	其他	死亡	合計
獨居	0.6181	0.0273	0.1820	0.0846	0.0880	1.0000
僅與配偶同居	0.0576	0.7812	0.1614	0.0113	-0.0115	1.0000
與子女同居	0.0343	0.0938	0.8366	-0.0085	0.0437	1.0000
其他	0.2335	-0.8388	0.6391	0.7352	0.2310	1.0000

而我們必須至少局部修改表4最小平方法所估算的移轉機率。所謂「修 改」,指的是將差方和的計算程序準備好,每改變表4參數就立刻代入 計算,產生新的差方和,做爲選擇參數的依據;從最小差方和出發,向 任一方向修改參數都會提高差方和的數值,任務是五組等式同時或分離 計算,在符合  $\Sigma_i m_{ii} = 1$  與  $0 \le m_{ii} \le 1$  兩組限制的條件下,找到一定範圍內 的最小差方和,而不是全面性的最小差方和。換句話說,可能取得的解 不再是數學上定義爲最好或是最小的差方和,而是滿足參數限制條件的 權官。也許MLE的計算程序可以解決參數設限的問題,但是盲目設限徒 然大量使用模型的自由度,共廿個參數有四個等式條件及四十個不等式 條件,軟體不見得能取得收斂的結果(convergent results);事實上我 們僅需處理少數幾個參數的問題,而處理的程序可以有理論與常識的依 據,不必盲目依賴電腦軟體來解決問題。

我們先使用模擬計算的程序修改表4參數值,1很快就發現修改表4 的三個負值參數於0與1的區間時,如所預期的,三個移轉機率都需接近 於零,數值愈大則差方和愈大,同時則  $m_{14} \times m_{21}$  與  $m_{42}$  也必須接近於 零,才有可能取得滿足兩組限制條件的最小差方和。在這樣的考量下, 前述兩組限制條件可改寫爲  $m_{14}=m_{21}=m_{24}=m_{42}=m_{43}=m_{52}=0$  與  $\Sigma_i m_{ii}=1$ , 以矩陣表示爲

<sup>1</sup> 此一模擬程序乃是重複計算(iteration)的程序,並無不同於MLE為取得參數之收 斂估計必須使用的重複計算程序,只是我們的計算較爲簡便明瞭。

<u>Z</u><u>b</u> =

$$=\underline{r}=egin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Z 爲 dxk 的矩陣,d 爲參數設限的數量,k 爲參數的數量,則

$$\underline{b}^{*} = \underline{b} + (X'X)^{-1}Z'[Z(X'X)^{-1}Z']^{-1}(r-Zb)$$

為滿足限制條件的最小平方解,其中  $\underline{b}=(X'X)^{-1}X'\underline{y}$  乃未加限制條件的最小平方估計(Theil 1971: 44, 143)如表4所陳列的數值,而  $\underline{b}^*$  則爲設限調整後的參數估計值。換句話說,如果  $\underline{b}$  的最小平方估計不能滿足

Zb=r 的條件,其差額就是拿來調整 b 為 b\* 的依據:顯然如果 r=Zb,則  $b^*=b$ ,設限調整後的參數估計值等於最小平方估計。由於調整前後的參 數形成線性關係,我們可以比較調整前後的差方和,確定調整程序是否 產生「失真」的結果。此地需要指出,爲了方便加入限制條件,原本使 用的估計程序  $M'=(P_{t,l}'P_{t,l})^{-1}P_{t,l}'P_t$  必須因應  $m_{ii}$  參數拉長爲一單行矩陣 的需要,全部改寫爲單一等式的形式 y=Xb+e,

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} \frac{q_{1,1987}}{q_{1,1988}} \\ \vdots \\ \frac{q_{1,2005}}{q_{1,2005}} \\ q_{2,1987} \\ q_{2,1988} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ q_{5,1987} \\ \vdots \\ q_{5,1987} \\ \vdots \\ q_{5,2005} \end{pmatrix}$$

 $q_{it}$ 表示  $p_{it}$  經死亡率調整後的數值;

$$X_{1} = X_{2} = \dots = X_{5} = \begin{pmatrix} p_{1,1986} & p_{2,1986} & p_{3,1986} & p_{4,1986} \\ p_{1,1987} & p_{2,1987} & p_{3,1987} & p_{4,1987} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{1,2004} & p_{2,2004} & p_{3,2004} & p_{4,2004} \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} X_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & X_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & X_3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & X_4 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & X_5 \end{pmatrix} \ .$$

由於 X 矩陣爲塊狀對角線矩陣(block diagonal),而且主對角線上的 五個次矩陣內容完全相同,五組迴歸間的殘差相關(contemporaneous covariances)並不影響普通最小平方法之估計(Theil 1971: 309-310), 而由於我們沒有要驗證「假設」,此一考量也不重要。

模型加入這兩組共十個限制條件後, $R^2$ =0.9985, $s^2$ =0.00673,而所有參數都在  $0 \le m_{ij} \le 1$  的區間內,相較於表4並沒有增加太多的差方和,應屬可以接受的結果。但是我們進一步發現六個參數同時設定爲零乃是過度侷限的設定,一則「僅與配偶同居」的老年人雖因相對較爲年輕而死亡率( $m_{52}$ )較低,數值上卻不可能爲零;再則「與子女同居」的老年人雖不太可能轉入「其他」居住狀態( $m_{43}$ ),此一參數卻能在其他五個參數均爲零的條件下,調高其數值而使得差方和有限度下降。換句話說,相對於六個參數均設定爲零時  $s^2$ =0.0067262,繼續調整  $m_{43}$  可以取得收斂的結果, $m_{43}$ =0.0043 時有最低的  $s^2$ =0.0067245,此後再調高  $m_{43}$  的數值則差方和開始回升。進一步在  $m_{43}$ =0.0043 而其他四個參數爲零的條件下,調高  $m_{52}$  數值雖然造成差方和增加,卻可在  $m_{52}$  不大於 0.0016 的條件下使差方和略低於  $s^2$ =0.0067262:接下來,其餘四個參數直接設定爲 0.0001 取得我們的完整結果如表5, $R^2$ =0.9985 而  $s^2$ =0.006726187,相較於六個參數均設定爲零時  $R^2$ =0.9985 而  $s^2$ =0.006726189,兩者與資料的吻合度幾無二致。

調整後的參數估計 **b**\* 陳列如表5,使用表5參數估算歷年居住狀態的分布,與實際資料間的相關係數平方為0.9985,差方和為0.00673,相

				R	<sup>2</sup> =0.9985,	$s^2 = 0.00673$
前期		目前	居住狀態(i)			
居住狀態(j)	獨居	僅與配偶同居	與子女同居	其他	死亡	合計
獨居	0.6313	0.0001	0.2008	0.0917	0.0761	1.0000

0.1351

0.8551

0.3530

0.0001

0.0043

0.5191

加入參數限制與死亡率後的移轉機率,1986-2005

0.8282

0.0432

0.0001

僅與配偶同居

與子女同居

其他

0.0350

0.0502

0.0001

1.0000

1.0000

1.0000

0.0016

0.0472

0.1278

較於未加限制條件的相關係數平方為0.9986而差方和為0.00653而言,調 整修改這六個移轉機率的代價並不顯著。2四個直接設定為0.0001的移 轉機率分別爲「獨居」轉入爲「僅與配偶同居」 $m_{\gamma\gamma}$ ,「其他」轉入爲 「獨居」與「僅與配偶同居」 $m_{14}$ 及  $m_{24}$ ,指出選擇「獨居」或「其他」 居住狀態的老年人有偶比例偏低,使得他們無從轉入與配偶同居,也不 太可能從「其他」居住狀態轉回「獨居」。「僅與配偶同居」的居住 狀態穩定度頗高,僅次於「與子女同居」的狀態,其死亡率偏低涵蘊著 「僅與配偶同居」者較爲年輕的事實,使他們不容易在該一居住狀態中 死亡;而若配偶不幸死亡,男性傾向於選擇「獨居」,女性則傾向於遷 入子女家中就養,使他們不容易選擇「其他」居住狀態,所以  $m_{42}$  接近 於零。表5數據相較於表4與表3,「與子女同居」一致表現爲最穩定的 居住狀態,其次爲「僅與配偶同居」,而參數設限以後「獨居」與「其 他」居住狀態的穩定度互換相對位置;由於「其他」居住狀態包含高 比例的養護機構老年人口,一般而言健康狀況較差,涵蘊著偏高的死亡 率,我們認爲這是較爲合理的結果。表5顯示,與子女同居不但是最穩

 $<sup>^{2}</sup>$  假定兩個差方和如互相獨立的卡方分布,k 爲參數數量,d 爲參數設限的數量,Z爲dxk 的矩陣, $s^2$  爲未設限的差方和, $F_{(dn-k)}=[(b-b^*)'X'X(b-b^*)/d]/[s^2/(n-k)]=0.2289$ , p(F >0.2289)~0.99 (Theil 1971: 145) °

定的居住狀態,也是移出所有其他居住狀態的主要流向,則迄至2005年 爲止,與子女同居仍然是老年人的首要歸宿,晚年生活的可靠依據。

## 四、結論與討論

估計模型參數必須假定一個穩定的關係結構,經驗現象的「重複」 性爲其基本原則;若不視爲整體可重複考查現象的一部分,我們不認爲 獨特的個體現象有可以分析與說明的餘地。但是經驗現象的確有其獨特 與不一致性,模型分析必須能去蕪存蓍,才可能陳述與建立經驗現象的 規律性。換句話說,調查資料未必可靠,無論是橫斷面或長期追蹤調查 都有資料疏漏或不一致的可能,也都需要進一步說明與處理,則學術研 究顯然不能只是單純依賴資料,模型建立及其說明乃是更重要的工作項 目。本文使用馬可夫模型來關連歷次橫斷而調查的老年人居住安排分 布,先就十次調查原始資料與模型的原始形式使用最小平方法估計參 數,取得  $R^2$ = 0.9934 的估計結果,指出歷年老人居住安排分布間的確有 個穩定的關係結構。接著我們檢討模型、資料與參數間的不一致性,著 手修改模型與資料,加入老年人自各種居住狀態「移入」死亡的可能, 並設法修整調查年期與資料不一致的問題,取得  $R^2=0.9986$  的結果,做 爲後續參數設限的基準。由於估計取得的部分移轉機率有大於一或小於 零的問題,我們再進一步針對此一問題採用設限計算的程序(restricted least squares)調整參數,目標設定爲相對於不設限的估計結果不產生顯 著的差異。

我們的模型調整顯然非常穩當, $R^2$ =0.9985相對於未設限的結果並未產生顯著的差別,也指出至少在調查資料所含蓋的期間,這些移轉機率可能是固定不變的參數。比較表5移轉機率估計值與其他使用長期追蹤

調查資料計算取得的「實際」數值,儘管所指涉的對象人口不盡相同, 所取得關於各類居住狀態穩定度與移轉取向之考查並無重大差別。觀諸 「與子女同居」及「僅與配偶同居」的家庭生活型態合計,於歷次調查 中均占80%以上,而「獨居」與「其他」居住狀態又有偏低的穩定度, 再瞭解日本老年人的居住型態仍然近似於臺灣老年人的居住型態,我們 無法同意「小家庭」將成爲普遍受偏好的家庭結構,而老人獨居也將漸 被接受與偏好的見解。就現況而言,臺灣大多數老年人都曾經婚育,青 壯年期間過著夫妻子女的家庭生活,子女成年後逐一離家,兩老仍能 相依爲命而有「僅與配偶同居」的居住型態,及至其一死亡而落入「獨 居」的渦渡狀態,女性較多傾向於移入子女家中就養,男性則較傾向獨 居,直到健康狀況惡化,被迫遷入子女家中或養護機構爲止。未曾婚育 的老年人只能選擇獨居或遷入養護機構,根本就沒有「與子女同居」或 「僅與配偶同居」的選項。鑑於臺灣人口生育率長期停留在替換水準 以下,甚至位居全球最低水準,可以預見未來有四分之一以上的老年人 未曾育有子女,則「與子女同居」的比例勢必持續下降,「僅與配偶同 居」比例也將因老年人未婚率上升而下降,「獨居」與「其他」居住型 態勢必有所成長,只是此一成長將爲不事婚育而無可奈何的結果,不是 社會學者所說的「偏好」或「接受」。

另外,本文又指出在適當週邊條件的控制下, $\Sigma_i m_{ii}=1$  的限制條件 不需要表現在計算程序上,本文表2、表3與表4都在未設限的情況下滿 足此一條件。表5的參數設限是以較爲一般性的限制條件爲主,限制移 轉機率在  $0 \le m_{ii} \le 1$  的區間,只是個別參數調整仍需滿足  $\Sigma_i m_{ii} = 1$  的條 件,而此一條件乃是組合不同(分組)迴歸等式參數而有的限制,大異 於一般一次只做一組迴歸的思考方式,其解析需有平行運算的瞭解。最 後我們希望指出,固然資料不完全可靠,卻不見得是全然信賴或放棄的 問題。就以年齡來討論資料的準確度好了,一般採用五歲年齡分組來整 理與分析資料,這當然是相當「粗放」的分組,五歲年齡組內的差異全 被抹平了,以組內平均值來取代組內各個數值,但是0至100歲間卻已經 產牛了21個年齡組。有些政府機構與學者會認爲應以單歲年齡組來呈現 資料,較爲完整與準確;但是雖然資料數量與細密程度大幅增加,是否 更進確可靠卻也不是完全沒有爭論。將爭論略加放大,也可以質疑單歲 資料未曾考慮月份、日期與時間,乃是渦於粗放的分組,但若將歲數這 個「連續」性的「變項」無限分割下去,我們很快就會發現每個分組內 的人數或次數分布愈來愈稀薄,以致於誤差所帶來的影響愈來愈大,事 實上資料變得越來越不準確;再走向極端,當歲數無限分割時,每一個 「歲數」上不再有任何資料。換句話說,如果資料要能使用,則使用時 不能避免加入一些「修匀」的假定(graduation),也就是每兩個五歲 年齡組的平均值連接起來,線條所經過的數值乃是對應單歲年齡的資料 值;每若干年一次調查的數據連接起來,線條所經過的數值乃是對應年 期的資料數值。如果我們的目的不是要強調年齡或年期的個別差異,則 使用線性內插來「修匀」資料並無不妥,也是讓資料可用的必備條件。 我們調整參數時也是秉持相同的理念,既然不再是最小的差方和了,當 然要讓參數值符合我們所設定的一些條件,而這些條件並不必然是機械 性的,更不是任意或主觀處置。

#### 作者簡介

陳寬政,美國威斯康辛(麥迪森)大學社會學博士,現職長庚大學醫務 管理學系教授、臺灣健康與社會學社理事長。曾任中央研究院研究員、 中正大學社會福利研究所所長、臺灣人口學會及社會福利學會理事長 等。研究興趣爲人口與家戶變遷、社會安全、社會流動與社會計量等。 長年投入臺灣人口學術研究及人口政策工作,分別於1985年及1986年起 擔任行政院主計處普查委員會委員、內政部人口政策委員會委員至今。 近年著有〈人口老化的原因與結果〉、〈人口老化、疾病擴張、與健 保醫療費用〉、"Substituting Morbidity for Fatality: Cancer Prevalence in Taiwan, 1996-2006"等專章、期刊與會議論文。

林子瑜,美國明尼蘇達大學公衛學院健康政策與管理博士班研究生, 長庚大學醫管碩士與台北醫學大學醫管學士,著有〈老年人的家庭 歸宿:一個動態過程〉、〈人口老化、疾病擴張、與健保醫療費 用〉、"Substituting Morbidity for Fatality: Cancer Prevalence in Taiwan, 1996-2006"等期刊與會議論文。

**張雅君**,台北醫學大學北醫雙和醫院成本分析組職員,長庚大學醫管碩 十與台北醫學大學醫管學士,曾任台北與台大醫院醫管行政人員,碩士 論文《老年人居住型熊的轉換》。

## 參考書目

- 伊慶春,1996,〈台灣地區不同家庭型態的偏好及其含意〉。《台大社 會學刊》17:1-14。
- 章英華,1994,〈變遷社會中的家戶組成與奉養態度:台灣的例子〉。 《台大社會學刊》23:1-34。
- 葉光輝,1997,〈年老父母居住安排的心理學研究:孝道觀點的探討〉。《中央研究院民族學研究所集刊》83:121-168。
- 薛承泰,2002,〈一九九〇年代台灣地區單人戶的特性: 兼論老人單人戶之貧窮〉。《人口學刊》27:57-89。
- 林子瑜,2006,〈老年人的家庭歸宿:一個動態過程〉,論文發表於 「二十一世紀的臺灣人口與社會發展」學術研討會,台北:臺灣人 口學會,民國95年5月26日至27日。
- 楊靜利,1999,〈老年人的居住安排:子女數量與同居傾向因素的探討〉。《人口學刊》20:167-183。
- 陳肇男,1999,〈台灣地區老人居住安排之改變及其影響〉。《研究彙刊》9:364-375。
- 陳寬政與楊靜利,2008,〈設計矩陣與人口資料分析:線性代數之應用〉。《人口學刊》37:87-113。
- 內政部,2006,《老人居住安排概況》。台北:內政部。
- 經建會,2006,《中華民國台灣民國95年至140年人口推計》。台北: 行政院經建會。
- Brown, Joseph W., Jersey Liang, Neal Krause, Hiroko Akiyama, Hidehiro Sugisawa, and Taro Fukaya, 2002. "Transitions in living arrangements among elders in Japan: does health make a difference?" *Journal of*

- Gerontology B 57(4): s209-s220.
- Bishop, Yvonne M., Stephen E. Fienberg, and Paul W. Holland, 1977. Discrete Multivariate Analysis: Theory and Practice. Cambridge: The MIT Press.
- Cramer, J. S., 1986. Econometric Applications of Maximum Likelihood *Methods*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Eliason, Scott R., 1993. Maximum Likelihood Estimation: Logic and Practice. Newbury Park, CA: Sage Publications, Inc.
- Frankenberg, Elizabeth, Angelique Chan, and Mary Beth Ofstedal, 2002. "Stability and change in living arrangement in Indonesia, Singapore, and Taiwan, 1993-99." Population Studies 56(2): 201-213.
- Hermalin, Albert I., Mary Beth Ofstedal, Kristine R. Baker, 2005. "Moving from household structure to living arrangement transitions: what do we learn?" Comparative Study of the Elderly in Asia Research Report 05-61. Ann Arbor: Population Study Center, University of Michigan.
- Theil, Henri, 1971. The Principles of Econometrics. New York: John Wiley & Sons.
- Zimmer, Zachary, 2005. "Health and living arrangement transitions among China's oldest-old." Research on Aging 27(5): 526-555.